

Leituras dos símbolos

\neg	negação
\wedge	e (conjunção)
\vee	ou (disjunção)
\oplus	ou exclusivo
\rightarrow	implicação
\leftrightarrow	bi-implicação
\forall	quantificador universal
\exists	quantificador existencial

P, Q, \dots	símbolos proposicionais
\top, \perp	constantes (true e false)
$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	fórmulas
a, b, c, \dots	constantes
x, y, z, \dots	variáveis
Γ	conjunto de fórmulas

Regras de inferência

$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta} I\wedge$	$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} E\wedge \quad \frac{\alpha \wedge \beta}{\beta} E\wedge$
$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} I\vee$	$\frac{\alpha \vee \beta \quad \alpha \rightarrow \gamma \quad \beta \rightarrow \gamma}{\gamma} E\vee$
$\frac{\alpha}{\beta \vee \alpha} I\vee$	$\frac{\alpha \vee \beta \quad \neg \alpha}{\beta} E\vee(\text{resolução})$
$\frac{\alpha \rightarrow \neg \beta \quad \neg \alpha \rightarrow \beta}{\alpha \oplus \beta} I\oplus$	$\frac{\alpha \oplus \beta \quad \alpha}{\neg \beta} E\oplus$ $\frac{\alpha \oplus \beta \quad \neg \alpha}{\beta} E\oplus$
$\frac{\alpha \rightarrow \beta \quad \beta \rightarrow \alpha}{\alpha \leftrightarrow \beta} I\leftrightarrow$	$\frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{\alpha \rightarrow \beta} E\leftrightarrow \quad \frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{\beta \rightarrow \alpha} E\leftrightarrow$
$\frac{\alpha}{\neg \neg \alpha} I\neg\neg$	$\frac{\neg \neg \alpha}{\alpha} E\neg\neg$
$\frac{[\alpha] \quad \vdots \quad \beta}{\alpha \rightarrow \beta} I\rightarrow$	$\frac{\alpha \rightarrow \beta \quad \alpha}{\beta} E\rightarrow$ (modus ponens) $\frac{\alpha \rightarrow \beta \quad \neg \beta}{\neg \alpha} E\rightarrow$ (modus tolens)
$\frac{[\alpha] \quad \vdots \quad \perp}{\neg \alpha} I\neg$	$[\neg \alpha] \quad \vdots \quad \perp$ $\frac{\perp}{\alpha} E\neg$ (refutação)
$\frac{\alpha \quad \neg \alpha}{\perp} I\perp$	$\frac{\perp}{\alpha} E\perp$
$\frac{\alpha}{\forall x \alpha[c/x]} I\forall$ <i>c não pode aparecer nas premissas ou suposições. x não existe em α.</i>	$\frac{\forall x \alpha}{\alpha[x/c]} E\forall$
$\frac{\alpha}{\exists x \alpha[c/x]} I\exists$ <i>x não existe em α. pelo menos uma ocorrência de c precisa ser substituída</i>	$\frac{[\alpha[x/c]] \quad \vdots \quad \beta}{\exists x \alpha} E\exists$ <i>c não pode aparecer em α, β e nem nas premissas ou hipóteses.</i>

Interpretação dos conectivos

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P \oplus Q$
v	v	f	v	v	v	v	f
v	f	f	f	v	f	f	v
f	v	v	f	v	v	f	v
f	f	v	f	f	v	v	f

Definições

$\alpha \equiv \beta$ sss para qualquer interpretação I , $I(\alpha) = I(\beta)$.
 $\alpha \models \beta$ sss sempre que $I(\alpha) = v$ então $I(\beta) = v$.
 $\models \alpha$ sss qualquer interpretação I , $I(\alpha) = v$ (*tautologia*).
 $\models_I \alpha$ sss existe I tal que $I(\alpha) = v$ (*satisfável*).
 $\Gamma \vdash \alpha$ sss existe uma *prova* para α a partir de Γ .

Principais equivalências lógicas

1.	$\alpha \wedge \beta$	$\neg(\neg \alpha \vee \neg \beta)$	def. \wedge
2.	$\alpha \rightarrow \beta$	$\neg \alpha \vee \beta$	def. \rightarrow
3.	$\alpha \leftrightarrow \beta$	$(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$	def. \leftrightarrow
4.	$\alpha \oplus \beta$	$\neg(\alpha \leftrightarrow \beta)$	def. \oplus
5.	$\alpha \vee \alpha$	α	idempotência
6.	$\alpha \wedge \alpha$	α	idempotência
7.	$\alpha \leftrightarrow \beta$	$\beta \leftrightarrow \alpha$	comutativa
8.	$\alpha \wedge \beta$	$\beta \wedge \alpha$	comutativa
9.	$\alpha \vee \beta$	$\beta \vee \alpha$	comutativa
10.	$(\alpha \leftrightarrow \beta) \leftrightarrow \gamma$	$\alpha \leftrightarrow (\beta \leftrightarrow \gamma)$	associativa
11.	$(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma$	$\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$	associativa
12.	$(\alpha \vee \beta) \vee \gamma$	$\alpha \vee (\beta \vee \gamma)$	associativa
13.	$\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$	$(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$	distributiva
14.	$\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)$	$(\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$	distributiva
15.	$\neg(\alpha \vee \beta)$	$\neg \alpha \wedge \neg \beta$	De Morgan
16.	$\neg(\alpha \wedge \beta)$	$\neg \alpha \vee \neg \beta$	De Morgan
17.	$\neg(\alpha \leftrightarrow \beta)$	$\alpha \leftrightarrow \neg \beta$	
18.	$\neg(\alpha \oplus \beta)$	$\alpha \oplus \neg \beta$	
19.	$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)$	$(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma$	
20.	$\alpha \rightarrow \beta$	$\neg \beta \rightarrow \neg \alpha$	contrapositiva
21.	α	$\neg \neg \alpha$	
22.	$(\alpha \wedge \beta) \vee \neg \beta$	$\alpha \vee \neg \beta$	
23.	$(\alpha \vee \beta) \wedge \neg \beta$	$\alpha \wedge \neg \beta$	
24.	$\alpha \vee (\alpha \wedge \beta)$	α	
25.	$\alpha \wedge (\alpha \vee \beta)$	α	
26.	$\alpha \vee \neg \alpha$	\top	tautologia
27.	$\alpha \wedge \neg \alpha$	\perp	contradição
28.	$\alpha \vee \top$	\top	identidade
29.	$\alpha \vee \perp$	α	identidade
30.	$\alpha \wedge \top$	α	identidade
31.	$\alpha \wedge \perp$	\perp	identidade
32.	$\forall x \alpha$	$\neg \exists x \neg \alpha$	
33.	$\exists x \alpha$	$\neg \forall x \neg \alpha$	